

Expertengruppe A: Die Annuitätenmethode

Besprecht und berechnet in eurer Gruppe das Musterbeispiel und löst anschließend das neue Beispiel.

Kapitalwertmethode (= Goodwill = Net Present Value NPV)

INFO:

Kapitalwert KW = Barwert der Rückflüsse - Investition

Eine Investition ist rentabel, wenn der Kapitalwert KW positiv ist.

D.h. der Barwert der Einnahmen ist größer als der Barwert der Ausgaben.

Musterbeispiel:

Für deine Computerfirma „Bill Tore“ ist eine größere Investition in der Höhe von € 90.000,- nötig. Die voraussichtliche Nutzungsdauer der Investition beträgt 5 Jahre. Der kalkulatorische Zinssatz i_k beträgt 8%.

Die Einnahmen bzw. Ausgaben finden immer am Ende des Jahres statt.

Die folgende Tabelle gibt Auskunft über deine Einnahmen bzw. Ausgaben sowie den daraus resultierenden Rückflüssen.

Jahr	Ausgaben	Einnahmen	Rückflüsse
1	80.000,-	100.000,-	20.000,-
2	70.000,-	100.000,-	30.000,-
3	90.000,-	100.000,-	10.000,-
4	30.000,-	50.000,-	20.000,-
5	40.000,-	90.000,-	50.000,-

$$\begin{aligned} B_{\text{Ausgaben}} &= \\ &= \frac{80000}{1.08} + \frac{70000}{1.08^2} + \frac{90000}{1.08^3} + \frac{30000}{1.08^4} + \frac{40000}{1.08^5} = \\ &= 254806.92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{\text{Einnahmen}} &= \\ &= 100000 \cdot 1.08^{-1} + 100000 \cdot 1.08^{-2} + 100000 \cdot 1.08^{-3} + 50000 \cdot 1.08^{-4} + 90000 \cdot \\ &1.08^{-5} = \\ &= 355713.68 \end{aligned}$$

Gibt es eine Möglichkeit, die ersten drei 100.000,- in kürzerer Form abzuzinsen? Wenn ja, wie sieht die Rechnung aus (Hinweis: Rente!):

.....
Berechne den Barwert der Rückflüsse und vergleiche dein Ergebnis mit $B_{\text{Einnahmen}}$ minus B_{Ausgaben} .

Was fällt dir dabei auf? Wie kannst du in Zukunft schneller rechnen?

.....
$$\text{KW} = \text{Barwert der Rückflüsse} - \text{Investition} = 100906.76 - 90000 = 10906.76$$

Interpretiere das Ergebnis:

Gruppe A: Zusatz

Was würde ein negativer Kapitalwert bedeuten?

Erkundige dich durch Internetrecherche über Vor- und Nachteile der Kapitalwertmethode.

Welche Bedeutung hat der Begriff „statische“ Kapitalwertmethode?

Du kennst den Begriff „Kapitalwert“ aus dem Unterrichtsfach BW. Wie wurde dort dieser Begriff erklärt?

Gruppe A: Fortsetzung von Beispiel „Bill Tore“:

INFO:

Dient zum Vergleich von Investitionen mit verschieden langer Laufzeit.
Der KW wird hier als Barwert von nachschüssigen Jahresrenten(=Annuitäten) aufgefasst, wobei diese Annuitäten zu berechnen sind und als durchschnittlicher jährlicher Gewinn interpretiert werden.
Eine Investition ist rentabel, wenn die Annuität $A > 0$ ist.

Du hast im Beispiel 1 einen Kapitalwert in der Höhe von € 10.906,76 errechnet. Die am Jahresende erfolgten Einnahmen bzw. Ausgaben wurden dabei berücksichtigt mit einem Zinssatz von 8%.

Im INFO-Teil wird dir erklärt, dass die Annuität der durchschnittliche jährliche Gewinn ist. D. h., dass du den Barwert (= Kapitalwert) deiner Rückflüsse kennst und mit Hilfe von diesem dir die jährliche Rente (=Annuität) berechnen kannst.

$$10906.76 = A \cdot \frac{1.08^{-1} \cdot (1.08^{-5} - 1)}{1.08^{-1} - 1} \quad \text{oder} \quad 10906.76 = A \cdot \frac{1.08^5 - 1}{1.08 - 1} \cdot \frac{1}{1.08^5}$$

$$A = 2731.67$$

Interpretiere das Ergebnis:

Übungsbeispiel:

Investition 1: KW = 25.000,- n = 5 Jahre i = 10%

Investition 2: KW = 20.000,- n = 3 Jahre i = 10%

Welche Investition ist vorteilhafter?

Interpretiere das Ergebnis:

Zusatz:

Angenommen, du vergleichst zwei Investitionen wobei der KW1 größer ist als der KW2. Was muss passieren, dass sich die Bewertung (d.h. $KW2 > KW1$) nach der Annuitätenmethode umdreht?

Expertengruppe B: Der interne Zinssatz i_0

Besprecht und berechnet in eurer Gruppe das Musterbeispiel und löst anschließend das neue Beispiel.

Kapitalwertmethode (= Goodwill = Net Present Value NPV)

INFO:

Kapitalwert KW = Barwert der Rückflüsse - Investition

Eine Investition ist rentabel, wenn der Kapitalwert KW positiv ist.

D.h. der Barwert der Einnahmen ist größer als der Barwert der Ausgaben.

Musterbeispiel:

Für deine Computerfirma „Bill Tore“ ist eine größere Investition in der Höhe von € 90.000,- nötig. Die voraussichtliche Nutzungsdauer der Investition beträgt 5 Jahre. Der kalkulatorische Zinssatz i_k beträgt 8%.

Die Einnahmen bzw. Ausgaben finden immer am Ende des Jahres statt.

Die folgende Tabelle gibt Auskunft über deine Einnahmen bzw. Ausgaben sowie den daraus resultierenden Rückflüssen.

Jahr	Ausgaben	Einnahmen	Rückflüsse
1	80.000,-	100.000,-	20.000,-
2	70.000,-	100.000,-	30.000,-
3	90.000,-	100.000,-	10.000,-
4	30.000,-	50.000,-	20.000,-
5	40.000,-	90.000,-	50.000,-

$$\begin{aligned} B_{\text{Ausgaben}} &= \\ &= \frac{80000}{1.08} + \frac{70000}{1.08^2} + \frac{90000}{1.08^3} + \frac{30000}{1.08^4} + \frac{40000}{1.08^5} = \\ &= 254806.92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{\text{Einnahmen}} &= \\ &= 100000 \cdot 1.08^{-1} + 100000 \cdot 1.08^{-2} + 100000 \cdot 1.08^{-3} + 50000 \cdot 1.08^{-4} + 90000 \cdot \\ &1.08^{-5} = \\ &= 355713.68 \end{aligned}$$

Gibt es eine Möglichkeit, die ersten drei 100.000,- in kürzerer Form abzuzinsen? Wenn ja, wie sieht die Rechnung aus (Hinweis: Rente!):

.....
Berechne den Barwert der Rückflüsse und vergleiche dein Ergebnis mit $B_{\text{Einnahmen}}$ minus B_{Ausgaben} .

Was fällt dir dabei auf? Wie kannst du in Zukunft schneller rechnen?

.....
$$\text{KW} = \text{Barwert der Rückflüsse} - \text{Investition} = 100906.76 - 90000 = 10906.76$$

Interpretiere das Ergebnis:

Gruppe B: Zusatz

Was würde ein negativer Kapitalwert bedeuten?

Erkundige dich durch Internetrecherche über Vor- und Nachteile der Kapitalwertmethode.

Welche Bedeutung hat der Begriff „statische“ Kapitalwertmethode?

Du kennst den Begriff „Kapitalwert“ aus dem Unterrichtsfach BW. Wie wurde dort dieser Begriff erklärt?

Gruppe B: Fortsetzung von Beispiel „Bill Tore“:

INFO:

Gesucht ist nun ein bestimmter Zinssatz.

Frage: Welcher Zinssatz bewirkt beim Vergleich von Einnahmen und Ausgaben, dass die abgezinsten Rückflüsse gleich hoch sind wie die Investition?

Du hast im Beispiel 1 einen Kapitalwert in der Höhe von € 10.906,76 errechnet.

Im INFO-Teil wird dir erklärt, dass nun jener Zinssatz zu ermitteln ist, für den die abgezinsten Rückflüsse gleich hoch sind wie die Höhe der Investition.

Das heißt für dein Unternehmen, dass folgende Gleichung gelöst werden muss:

$$\frac{20000}{r} + \frac{30000}{r^2} + \frac{10000}{r^3} + \frac{20000}{r^4} + \frac{50000}{r^5} = 90000$$
$$r = 1.1199 \quad \text{d.h. } i_0 = 11.99\%$$

Löse diese Gleichung mit Hilfe des Solvers am TI82!

Übungsbeispiel:

Ein Betrieb steht vor der Entscheidung, eine Maschine anzuschaffen. Der Anschaffungspreis beträgt € 300.000,-. Die voraussichtliche Nutzungsdauer beläuft sich auf drei Jahre. Die geschätzten Einnahmeüberschüsse sind unten zusammengefasst.

Jahr	Einnahmeüberschuss
1	€ 110.000,-
2	€ 140.000,-
3	€ 125.000,-

Ermittle den internen Zinssatz!

.....
Ist die Investition rentabel, wenn für eine Kreditaufnahme zur Finanzierung der € 300.000,- $i = 7\%$ Verzinsung zu bezahlen sind?

Interpretiere dein Ergebnis:

.....

Zusatz:

Wie hoch ist der Kapitalwert beim internen Zinssatz?

.....
Welcher Zusammenhang lässt sich zwischen internem Zinssatz und Kapitalwert herstellen?

.....

Expertengruppe C: Der modifizierte interne Zinssatz i_{mod}

Besprecht und berechnet in eurer Gruppe das Musterbeispiel und löst anschließend das neue Beispiel.

Kapitalwertmethode (= Goodwill = Net Present Value NPV)

INFO:

Kapitalwert KW = Barwert der Rückflüsse - Investition

Eine Investition ist rentabel, wenn der Kapitalwert KW positiv ist.

D.h. der Barwert der Einnahmen ist größer als der Barwert der Ausgaben.

Musterbeispiel:

Für deine Computerfirma „Bill Tore“ ist eine größere Investition in der Höhe von € 90.000,- nötig. Die voraussichtliche Nutzungsdauer der Investition beträgt 5 Jahre. Der kalkulatorische Zinssatz i_k beträgt 8%.

Die Einnahmen bzw. Ausgaben finden immer am Ende des Jahres statt.

Die folgende Tabelle gibt Auskunft über deine Einnahmen bzw. Ausgaben sowie den daraus resultierenden Rückflüssen.

Jahr	Ausgaben	Einnahmen	Rückflüsse
1	80.000,-	100.000,-	20.000,-
2	70.000,-	100.000,-	30.000,-
3	90.000,-	100.000,-	10.000,-
4	30.000,-	50.000,-	20.000,-
5	40.000,-	90.000,-	50.000,-

$$\begin{aligned}
 B_{Ausgaben} &= \\
 &= \frac{80000}{1,08} + \frac{70000}{1,08^2} + \frac{90000}{1,08^3} + \frac{30000}{1,08^4} + \frac{40000}{1,08^5} = \\
 &= 254806,92
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{Einnahmen} &= \\
 &= 100000 \cdot 1,08^{-1} + 100000 \cdot 1,08^{-2} + 100000 \cdot 1,08^{-3} + 50000 \cdot 1,08^{-4} + 90000 \cdot \\
 &1,08^{-5} = \\
 &= 355713,68
 \end{aligned}$$

Gibt es eine Möglichkeit, die ersten drei 100.000,- in kürzerer Form abzuzinsen?
 Wenn ja, wie sieht die Rechnung aus (Hinweis: Rente!):

.....
 Berechne den Barwert der Rückflüsse und vergleiche dein Ergebnis mit $B_{Einnahmen}$ minus $B_{Ausgaben}$.

Was fällt dir dabei auf? Wie kannst du in Zukunft schneller rechnen?

.....
 $KW = \text{Barwert der Rückflüsse} - \text{Investition} = 100906,76 - 90000 = 10906,76$

Interpretiere das Ergebnis:

Gruppe C: Zusatz

Was würde ein negativer Kapitalwert bedeuten?

Erkundige dich durch Internetrecherche über Vor- und Nachteile der Kapitalwertmethode.

Welche Bedeutung hat der Begriff „statische“ Kapitalwertmethode?

Du kennst den Begriff „Kapitalwert“ aus dem Unterrichtsfach BW. Wie wurde dort dieser Begriff erklärt?

Gruppe C: Fortsetzung von Beispiel „Bill Tore“:

INFO:

Hier werden die Rückflüsse bis zum Ende der Laufzeit mit einem eigenen Zinssatz i_r verzinst.

Frage: Mit welchem Zinssatz muss die Investition verzinst werden, um den gleichen Betrag zu ergeben wie die aufgezinsten Rückflüsse?

Du hast im Beispiel 1 einen Kapitalwert in der Höhe von € 10.906,76 bei einem Kalkulationszinssatz von $i_k = 8\%$ errechnet. Wir verzinsen jetzt die Rückflüsse auch mit $i_r = 8\%$.

Endwert der Rückflüsse:

$$20000 \cdot 1.08^4 + 30000 \cdot 1.08^3 + 10000 \cdot 1.08^2 + 20000 \cdot 1.08 + 50000 = 148265.14$$

Kapitaleinsatz: $K_0 = 90000$

Also ist folgende Gleichung zu lösen:

$$90000 \cdot r^5 = 148265.14$$

$$r \sim 1.105 \quad \text{Damit ist der modifizierte interne Zinssatz } i_{mod} = 10.5\%$$

Löse diese Gleichung durch Umformungen (Tipp: Wurzelziehen!)

Welcher Zusammenhang sollte zwischen i_{mod} und i_r bestehen, sodass sich die Investition lohnt?

.....

Übungsbeispiel:

Für ein Investitionsprojekt beträgt der Kapitaleinsatz € 40.000,-. Man kann folgende jährliche Erträge erwarten:

1. Jahr	€ 9.000,-
2. Jahr	€ 10.000,-
3. Jahr	€ 12.000,-
4. Jahr	€ 12.000,-

Der Wiederveranlagungszinssatz beträgt 5%.

Ermittle den modifizierten internen Zinssatz.

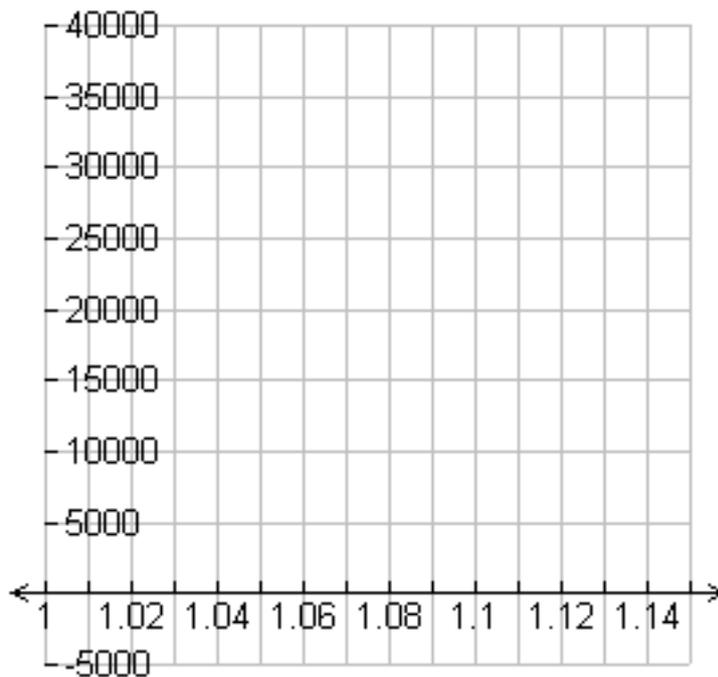
Interpretiere das Ergebnis:

.....

Arbeitsauftrag für die Mixgruppe

Stelle den Kapitalwert (aus Beispiel „Bill Tore“) als Funktion des Zinssatzes in einer Grafik dar!

Die Funktionsgleichung lautet: $KW(r) = \dots\dots\dots$



Wie ist die Nullstelle dieser Funktion zu interpretieren?

Wie ist das Verhältnis zwischen Kapitalwert und Zinssatz? Ist der KW bei höherem oder bei niedrigerem Zinssatz höher?

Findet ein selbstgestricktes Beispiel mit 2 Investitionen und erstellt eine Dokumentation, die mit Kapitalwertmethode, Annuitätenmethode, internem Zinssatz und modifiziertem internen Zinssatz die Investitionen bewertet.

Lösungsblatt: Investitionsrechnung

Gruppe A: Übungsaufgabe

Investition 2 ist besser (€ 6594,94 bzw. € 8042,30)

Gruppe B: Übungsaufgabe

$$i_0 = 11.77\%$$

Gruppe C: Übungsaufgabe

$$i_{mod} = 3.58\%$$

©karin.hiti@schule.at und ingo.rath@gmx.at